

**Conluio\***  
(rascunho de notas de aula)

**Victor Gomes**

*Universidade de Brasilia*

20/05/2019

\*Notas de aula baseadas em Cabral (cap. 9, 2017), Pakes (2019a) e Whinston (cap. 2, 2006).

## Porque existe conluio?

Em qualquer estrutura de oligólio o lucro total é menor do que o lucro de monopólio – assumindo equilíbrio de mercado. Este é o resultado da concorrência, onde a firma apenas maximiza seu próprio lucro. Portanto as empresas podem incorrer em práticas anticoncorrenciais para elevar o lucro total da indústria. Este tipo de comportamento é genericamente denominado de *conluio*.

Acordo de *Cartel* é um tipo de conluio. Um exemplo clássico de comportamento de cartel é o aumento de preços do barril de petróleo patrocinado pela OPEP em 1973.

Desde o Sherman Act (1890) os cartéis são ilegais nos EUA. Isto implica que uma empresa não pode aderir legalmente a um contrato colusivo.\* Como prescrito pela lei antitruste os cartéis são um crime “per se”, o que significa que não é necessário gerar malefícios a partir destes acordos.

Observar que o tratamento de informações diferente de preços e coordenação de investimentos (e.g. JV) pode não ser considerado ilegal. Isto é verdade para EUA e Brasil. Estas “coordenações” são tratadas sobre a “regra da razão” para saber se são ilegais ou não.

Contratos: Como cartéis são ilegais os contratos não podem ser “tradicionais”, mas existe algum tipo de contrato para a estabilidade do conluio. Em outras palavras, para o funcionamento do cartel deve ocorrer “enforcement” para garantir operacionalidade. Desta forma dever haver um conjunto de incentivos para os seus

\*No Reino Unido cartéis foram legais até os anos 50. No Brasil passam a ser ilegais nos anos 60, mas a primeira condenação é apenas nos anos 2000.

membros permanecerem no acordo. O ponto central é que o valor do fluxo de caixa futuro do cartel deve ser maior quando o acordo está operacional. Importante que isso deve ser verdade em todos os estados ou pelo menos em todos os estados que observamos o cartel operando.

A ênfase inicial no estudo de cartel é no equilíbrio e estabilidade dos acordos.

## **Per se**

Whiston (2006, pp. 15-19) faz uma interessante discussão sobre o uso da regra “per se” vs regra da razão. Quase toda empresa que entra em acordo de cartel possui alguma justificativa social para o conluio.

Vários acordos de cartel para deteminar preço acima do nível competitivo são na verdade acordos que determinam produção (quantidade).

Não é raro que empresas que realizem algum tipo de acordo colusivo defendam do ponto de vista social os benefícios destas práticas. Whinston (2006, pp. XX) cita alguns exemplos desta defesa.

# Jogos Repetidos

## **Estabilidade dos Acordos**

De forma introdutória explicitamos os fundamentos para definição de equilíbrio e estabilidade de um acordo colusivo. Como acordo de cartel é uma tentativa de coordenação para melhorar conjuntamente o payoff das empresas então este é um problema dinâmico. Além disso, em todo período ou estado os acordos precisam ser validados tacitamente ou explicitamente pelos participantes. A abordagem mais simples, para evitar grandes complicações de análise dinâmica, é tratar dois estados possíveis:

1. Estado competitivo: sem acordo de conluio;
2. Estado conluio: os incentivos de conluio funcionam e existe cartel.

A questão colocada aqui é como modelar acordos colusivos em teoria dos jogos. Esta modelagem tem como objetivo reproduzir o comportamento real dos mercados, bem como entender como funcionam os mecanismos (a dinâmica) dos acordos colusivos.

## **Jogos Repetidos**

Um ponto inicial de pesquisa é utilizar idéias de jogos repetidos. Como empresas que realizam acordos de conluio estão conjuntamente operando no mercado um ponto de partida inicial é pensar em alguma ideia de jogos repetidos. A contribuição da análise dinâmica se resume em dois pontos (como em Pakes, 2019a):

1. considerando investimento projetado para melhorar (incrementar) as variáveis de estado que mudam as primitivas do

problema (investimento para entrada e investimento projetado para mudar a demanda e as funções custo das firmas), e;

2. começar realizando hipóteses simplificadoras de que valores futuros das variáveis de estado são independentes das escolhas de preço condicionais sobre várias decisões de investimento. Este tipo de hipótese pode ser relaxada depois, mas apenas na forma que permita a escolha do preço e da quantidade de hoje ter impacto nas variáveis de estado de amanhã por meio de seus efeitos sobre as primitivas de demanda e custo.

Outro ponto de partida de análise teórica em jogos é baseada em jogos repetidos (como dissemos acima). As hipóteses simplificadoras deste *setup* poderiam ser:

- valores futuros das variáveis de estado que determinam a demanda e as condições de custo nunca mudam, então as primitivas são do problema são repetidas em todo período;
- embora os estados dos jogos nunca mudam, os preços podem mudar. Nesse caso seria permitido que as escolhas do preço corrente (ou quantidades) serem uma função das escolhas passadas de preços (ou quantidade).

As decisões repetidas são usualmente pensadas como centrais para suportar/permitir colusão por meio do arcabouço institucional apropriado, mas não seriam adequadamente capturadas por um jogo repetido. A teoria de modelos repetidos são exercícios planejados para fornecer intuição de como acordos colusivos funcionam.

## **Fundamento simples de jogo repetido**

Aqui é apresentado uma versão simples de modelo de jogo repetido onde é colocada a lógica de um mecanismo de funcionamento de cartel. A exposição segue Pakes (2019a), Cabral (2017, cap. 9) e Tirole (1988).

Hipóteses:

- Duas firmas idênticas,  $i = 1, 2$ , interagem repetidamente em um mercado de bens homogêneos com custo constante.
- Firmas competem em preços  $p$  – quando determinam os preços correntes elas conhecem TODOS os preços escolhidos previamente.

A história do jogo será todo o conjunto de informação relevante para ambas as firmas. É representado por:

$$\mathfrak{S}_t \equiv \{p_{1,\tau}, p_{2,\tau}\}_{\tau=0}^{t-1} \quad (1)$$

e o preço corrente:

$$p_{i,t} : \mathfrak{S}_t \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (2)$$

tal que  $t$  é o tempo. O mais importante para se observar são as implicações da amplitude do espaço de estratégias. Nesse *setup* o equilíbrio de Nash  $p = mc$  é uma das possibilidades ( $mc$  é o custo marginal). Outros equilíbrios possíveis são:

- Considere um preço limite: uma firma sempre joga o preço igual ou acima do preço limite se a outra também o faz. A firma joga  $p = mc$  para sempre se a outra empresa jogar alguma vez preço menor do que o preço limite. O quanto ou não isto será um equilíbrio depende se o ganho ao desviar

do preço limite em determinado período será maior do que o resultado deste desvio nos anos seguintes.

- O jogo poderia começar com  $p = mc$  e permitir que uma firma determine preços um pouco maior em um período (um ano), no período seguinte a outra firma poderia responder cooperativamente aumentando o seu preço um pouco acima do aumento realizado pela outra firma. A questão seria saber se isto seria um equilíbrio e qual seria o preço limite para estas empresas.

## **Jogo Repetido Finito**

Quando o horizonte do jogo é finito não existe conluio. Pensando em solução retroativa, se pode ocorrer desvio e o resultado do desvio é  $p = mc$  então as duas firmas jogam  $p = mc$  desde o primeiro período.

## Jogo Infinitamente Repetido

Considere a seguinte estratégia:

1.  $p_{i,0} = p^m$  para  $i = 1, 2, \dots$  tal que  $p^m$  é o preço de monopólio, e
2.  $p_{i,t}(\mathfrak{S}_{t-1}) = \begin{cases} p^m & \text{se para todo } \tau < t, p_\tau = (p^m, p^m) \\ p_{i,t}(\mathfrak{S}_{t-1}) = mc & \text{caso contrário} \end{cases}$

Isto às vezes é chamada de estratégia “grim Nash reversion”. As firmas coludem com o preço elevado se ninguém desvia no passado. Se ocorrer desvio, a firma joga o preço mais baixo para sempre.

Aqui o jogo é repetido (novamente), então se o equilíbrio colusivo puder ser suportado em qualquer período, ele será suportado para sempre. Se ocorrer algum desvio, então veremos  $mc$  para sempre.

Observe que o quanto o preço de monopólio será suportado ou não depende do que ocorre quando se desvia. Se ele é suportado pode ser devido a uma situação que nunca ocorre.

Neste exemplo a sustentabilidade do preço  $p^m$  depende se o valor presente dos lucros é superior ao lucro de desviar do acordo colusivo. O lucro de cada firma com conluio é  $\pi^m = (p^m - mc)q(p^m)$ . Se ambas as firmas se mantêm em conluio, então a expectativa de payoff descontado da firma 1 é:

$$\frac{1}{2}\pi^m + \delta\frac{1}{2}\pi^m + \delta^2\frac{1}{2}\pi^m + \dots \quad (3)$$

tal que  $\delta$  é o fator de desconto, isto é, o valor de 1 dólar no futuro comparado com 1 dólar no presente. Simplificando (3), temos:

$$V = \frac{1}{2} \pi^m \frac{1}{1 - \delta} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \delta} (p^m - mc) q(p^m) \quad (4)$$

No caso mais simples, se a firma 1 desvia do conluio  $p_1 \neq p^m$  em algum período  $t$ , então o seu payoff futuro será zero. Por hipótese, ambas as firmas reverterem para  $p = mc$ . Neste caso, o melhor desvio para a firma 1 é o que maximiza o lucro de curto prazo. O preço que maximiza o lucro de curto prazo da firma 1 é  $p^m - \epsilon$ , tal que  $\epsilon$  é um número pequeno. Quando a firma 1 cobra menos do que a firma 2, ela captura toda a demanda (produto homogêneo) e coleta lucros totais de  $V' = (p^m - \epsilon - mc) q(p^m - \epsilon)$ .

Então a condição para existir conluio é de valor descontado suficientemente alto em comparação desvio do conluio. Neste caso existe um equilíbrio de Nash que sustenta o cartel quando  $V \geq V'$ , isto é:

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - \delta} \right] (p^m - mc) q(p^m) \geq (p^m - \epsilon - mc) q(p^m - \epsilon) \quad (5)$$

Esta condição apenas será satisfeita para todo  $\epsilon > 0$  se somente se  $\delta > 1/2$ . Isto é, se as firmas são suficientemente pacientes.

## O fator de desconto

Neste exemplo, a estabilidade do conluio depende apenas do fator de desconto. Geralmente o fator de desconto está entre 0 e 1, e existem várias razões para  $\delta < 1$ . A condição (5) também pode garantir que pode existir conluio a qualquer preço. Isto é, poderíamos substituir  $p^m$  por qualquer preço  $p^m > p > mc$  e a colusão deveria ser sustentada.

Estas não são propriedades gerais da solução, mas são propriedades resultantes das hipóteses utilizadas neste exemplo. Isto significa que algumas vezes podemos sustentar colusão com preço mais baixo do que monopólio para certo  $\delta$ , mas não podemos sustentar o preço de monopólio com este  $\delta$ .

Para um exemplo simples assuma que pode ocorrer conluio entre a firma 1 e 2 ao preço  $p \in [mc, p^m]$ . Neste caso as firmas dividem os lucros, i.e.  $1/2\pi(p)$ . Se alguma firma desvia então ela recebe  $\pi^n$ ; aqui  $\pi^n$  não precisa ser zero (i.e. as firmas podem reverter para Nash em quantidades). Então a condição de não desvio do conluio é:

$$\frac{1}{2} \frac{\pi(p)}{1 - \delta} > \pi(p - \epsilon) + \frac{\delta}{1 - \delta} \pi^n \quad (6)$$

que será satisfeita para todo  $\epsilon > 0$  dado que

$$f(\delta) > \frac{\pi^n}{\pi(p)} \quad (7)$$

com a função  $f(\cdot)$  crescente em  $\delta$ . Aqui deve ser claro que diferentes combinações de  $(\delta, \pi^n)$  irão sustentar diferentes intervalos de preços colusivos. O argumento geral é que *quanto maior for  $\delta$  e maior for a punição (menor)  $\pi^n$  então maior é o preço colusivo que pode ser suportado.*

Observe que nesse modelo sempre vemos a mesma jogada (comportamento). Se existe cooperação inicialmente, os jogadores sempre cooperam. Se eles pagam para desviar, então o payoff é revertido para  $\pi^n$  para sempre. Se existir uma punição mais dura, então:

- permite sustentar um preço colusivo mais elevado e ninguém irá desviar da “trajetória de equilíbrio;”

- um *modo* de punição mais dura nunca custa nada para qualquer player.

Consequentemente se existe a escolha para lucros no modo de reversão (para maior de  $\pi^n$ ) então se quer a punição mais dura possível. Isto não precisa ser verdade se na realidade observamos desvios.

Alguns fatores são importantes para se relacionar ou influenciar a taxa de desconto intertemporal.

***J* firmas.** Se existem  $J$  firmas realizando conluio, então o retorno para conluio a qualquer preço são baixos:  $(1/J)\pi(p)$  ao invés de  $(1/2)\pi(p)$ , mas os retornos para desviar são os mesmos. Consequentemente é mais difícil manter conluio. Neste novo contexto é necessária taxa de desconto mais elevada para permitir conluios. No caso mais simples com  $\pi^n = 0$ , para manter o conluio a condição é  $\delta > (J - 1)/J$ .

**Crescimento do mercado.** Se o mercado está crescendo é mais fácil para colusão, uma vez que os ganhos do conluio (que estão no futuro) são maiores relativos ao ganho do desvio (que estão no presente). Ainda assim no modelo simples, onde nada é ganho durante a punição, se o crescimento é constante, ele multiplica a taxa de desconto. A taxa de desconto é calculada como função da taxa de juros, então quando se tem crescimento  $g$  a taxa de desconto pode ser  $\delta = \frac{1+g}{1+r}$ , tal que  $r$  é a taxa de juros.

**Colapso do mercado.** Se existe alguma probabilidade de colapso do mercado isto reduz o incentivo para colusão. Isto faz o desvio do conluio mais lucrativo em relação ao valor esperado da cooperação.

**Saída.** Se existe opção e custo de saída isto reduz o incentivo para conluio por duas razões: (i) é mais difícil punir um competidor que pode sair, (ii) se pode ter um incentivo “predatório” para reverter a punição, induzir o competidor a sair, e mantém uma única empresa monopolista a partir deste ponto. Entretanto, isto implica em um jogo dinâmico - o que é mais complicado.

**Contato multimercado.** Se as firmas interagem em diversos mercados, então se pode pensar em punição em todos os mercados se a firma desviar em algum deles. Às vezes somente é possível cobrar cooperação se existe alguma conexão multimercado. Particularmente o conjunto de alocações sustentáveis não pode ser menor em contato multimercado do que contato em um único mercado.

## Firmas diferentes

O exemplo com firmas diferentes é mais complicado devido a diferentes capacidades, custos marginais ou produtos diferenciados. Mesmo em jogo repetido de acordo colusivo dois aspectos precisam ser tratados:

1. Os preços ou quantidades precisam ser determinados e;
2. A divisão subsequente dos lucros.

A divisão dos lucros deve ser tal que toda firma deseje manter o acordo colusivo (a não ser que se mantenha um acordo parcial). In particular se não existirem outros meios de transferir lucros de um agente para outro (o que será ilegal), os preços devem ser determinados para gerar lucros que compensem a todas as empresas participar do conluio. A participação nos lucros irá depender do quanto cada firma pode receber *ao deixar* o regime colusivo e da perda que o cartel pode impor a firma que desvia. Por exemplo, se uma firma pequena possui a capacidade de “inundar o mercado” devido a seu excesso de capacidade então essa firma pode ser perigosa a sustentabilidade do cartel, logo ela deveria receber uma fatia nos lucros proporcionalmente maior ao seu tamanho.

Uma idéia de modelo com firmas diferentes pode usar a seguinte ideia. Suponha uma solução “barganha de Nash”, com lucros do conluio vs lucros resultantes da punição:

$$\max_{\{p_1, \dots, p_n\}} \prod_{i=1, \dots, n} [\pi_i(p_i, P_{-i}) - \pi_i(p_i^p, p_{-i}^p)] \quad (8)$$

tal que  $p_i^p$  é o preço de *punição* da firma  $i$ .

Ideia alternativa de “tentação balanceada” de Friedman (1971). A ideia básica é que o acordo colusivo deve (ao menos implicitamente) resultar em possíveis três funções de lucro para cada firma:

- $\pi^d(\cdot)$ : lucro quando a firma desvia;
- $\pi^c(\cdot)$ : lucro quando a firma faz conluio;
- $\pi^p(\cdot)$ : lucro quando a indústria está punindo as firmas que desviam.

Pela igualdade de incentivos para desviar, a regra implica que

$$\frac{\pi^d(\cdot) - \pi^p(\cdot)}{\pi^d(\cdot) - \pi^c(\cdot)}$$

é a mesma entre firmas. Neste caso se garante que os lucros estão em uma *fronteira de Pareto*. Este conceito implica que o vetor de lucros sujeito a esta restrição (ativa) não pode haver aumento de lucros de uma firma sem descrever a de outra.

Observe que: (i) o lucro mais baixo é na situação de punição (equilíbrio sem conluio), mas não se sabe se equilíbrio colusivo é sustentável; (ii) em ambos esquemas existem múltiplos equilíbrios colusivos possíveis.

Duas características dos modelos simples. As leis antitruste não permitem que as empresas escrevam contratos que permitam preços colusivos. Portanto, a idéia geral é a de que se os preços são diferentes do equilíbrio estático, então eles devem ser “enforced” por um equilíbrio de Nash perfeito de subjogos. Por outro lado este tipo de solução possui dois problemas:

- Existe um conjunto de equilíbrio colusivo, mas não há forma de escolher entre eles.
- O modelo sempre gera uma de duas soluções e a escolhida permanece para sempre. Particularmente este tipo de modelo não permite guerra de preços e este acontecimento é frequentemente observado.

# **Demanda Flutuante**

## Demanda flutuante

Questão frequente em modelos de conluio: é mais provável conluio em tempos de prosperidade ou em tempos ruins? Se as firmas fazem conluio, como os preços flutuam com a demanda?

Um equilíbrio de conluio deve ser tal que as firmas não possuem incentivo para cobrar preço menor do que o rival. Isto é, a diferença entre lucros futuros do conluio e lucros futuros em caso de guerra de preços deve ser suficientemente grande para evitar que uma empresa opte pelos lucros do desvio do conluio.

Uma das primeiras discussões formais é devido a Rotemberg e Saloner (1986). Vamos manter a hipótese de indústria de produtos homogêneos com concorrência em preços, mas assumindo que existem choques iid de demanda. Por simplicidade assuma que assume dois valores:

$$D_2(p) > D_1(p) \forall p. \quad (9)$$

Em cada período o estado da demanda é conhecido antes de se escolher os preços.

Novamente a questão é se podemos sustentar preços de equilíbrio maior do que o custo marginal. Assim olhamos para um equilíbrio que não é Pareto dominado por outro payoff de equilíbrio (no sentido de que ambas as firmas preferam ele).

Uma vez que o choque de demanda é conhecido antes da determinação de preços de cada firma, os lucros descontados para cada firma para qualquer dois preços é dado por

$$V = \sum_{\tau=0}^{\infty} \delta^{\tau} (1/4) [D_1(p_1)(p_1 - c) + D_2(p_2)(p_2 - c)] = \quad (10)$$

$$= \frac{[D_1(p_1)(p_1 - c) + D_2(p_2)(p_2 - c)]}{4(1 - \delta)}$$

Sabemos que se existe habilidade para cumprir qualquer acordo este deverá ser garantido com o máximo de punição - assuma que é lucro zero para sempre. Então permanecemos presos às punições máximas e começamos com a questão do quanto podemos fazer cumprir preços de monopólio em cada período.

A distribuição do futuro é sempre a mesma, não importando o estado presente. Então o valor da punição é o mesmo para o estado atual. Então o valor da punição é o mesmo para o estado corrente. Uma vez que os lucros do desvio do conluio são maiores no estado de maior demanda, desvio pode ser esperado quando a demanda é mais elevada.

Comparando os lucros do desvio com a punição, o requerimento para um acordo de conluio ser cumprido é

$$\frac{\pi_2^m}{2} < \left[ \frac{\delta}{1 - \delta} 4 \right] [\pi_1^m + \pi_2^m] \quad (11)$$

ou seja,

$$\delta > \delta_0 \equiv \frac{2\pi_2^m}{[\pi_1^m + 3\pi_2^m]} \quad (12)$$

Neste caso particular  $\delta_0$  está entre  $1/2(\pi_1 = \pi_2)$  e  $2/3(\pi_1 = 0)$ .

Assuma agora que  $\delta$  estava entre  $1/2$  e  $\delta_0$  (i.e. podemos não suportar preços de monopólio em períodos de demanda elevada). Então escolhemos  $(p_1, p_2)$  que

$$\max_{\{p_1, p_2\}} (1/4) \frac{\pi_1(p_1) + \pi_2(p_2)}{1 - \delta} \quad (13)$$

s.a.

$$\pi_1(p_1)/2 \leq (1/4) \frac{\pi_1(p_1) + \pi_2(p_2)}{1 - \delta}$$

e

$$\pi_2(p_2)/2 \leq (1/4) \frac{\pi_1(p_1) + \pi_2(p_2)}{1 - \delta}$$

As duas condições podem ser rescritas como

$$\pi_1(p_1) \leq K \pi_2(p_2)$$

e

$$\pi_2(p_2) \leq K \pi_1(p_1)$$

tal que  $K \equiv \delta(2 - 3\delta)$ .

Aqui se está mais preocupado com as últimas restrições. Para qualquer  $p_1$  escolha  $p_2$  que maximize lucros. Mas então esta solução nos fornece funções objetivo que aumentam em  $p_1$  até atingir  $p_1^m$ . Então determine:

$$p_1 = p_1^m \text{ e } p_2 \text{ s.a. } \pi_2(p_2) = K \pi_1(p_1^m) \quad (14)$$

Então se cobra o preço de monopólio no trimestre em que a demanda está baixa, e alguma coisa abaixo do preço de monopólio quando a demanda está elevada. Isto não significa que um preço seja maior do que o outro. Tudo depende de qual o preço de monopólio do trimestre (o nível e a inclinação da curva de demanda podem ser diferentes).

Mesmo não sendo clara a diferença de preços entre os períodos, os autores interpretam este resultado como determinação de preços “contra-cíclico” e eles referem a esta mudança de preços como “price-wars.” Existe um bom número de artigos que mostram que é mais difícil manter acordo colusivo durante boom do que em baixa de demanda, embora este resultado não seja homogêneo entre indústrias.

Em termos gerais, mantendo tudo igual, é mais difícil manter conluio durante fase positiva do ciclo econômico do que na fase negativa, porque o incentivo para abandonar o cartel é maior no boom.

Isto é verdade se o período de crescimento não for seguido de um período ainda maior. Este tipo de situação não é prevista no modelo, pois o resultado depende fortemente da hipótese i.i.d. dos choques, que não é considerada ser realista.

Note também que bons tempos (boom) é em termos de boa realização da demanda. O mesmo argumento aqui poderia ser aplicado aos insumos da indústria. Isto é, não poderíamos garantir conluio a medida que o tamanho das margens oscila quando os preços dos insumos estão altos ou baixos (choques do petróleo afetando estabilidade de cartel no varejo dos combustíveis).

## Demanda cíclica

Haltiwanger e Harrington (1991) substituem a hipótese de choques de demanda i.i.d por movimentos previsíveis. Estes movimentos podem ser o comportamento cíclico da economia ou apenas flutuações sazonais. Os períodos não são diferentes apenas no retorno do desvio do conluio (como em Rotemberg-Saloner), mas porque os períodos diferentes podem possuir futuros distintos, a perda quando se deixa um acordo colusivo será diferente entre os estados do futuro.

Esse modelo é baseado nos ciclos de demanda determinísticos. As curvas de demanda são crescentes (em todo  $p$ ) até  $\hat{t}$  e então decrescentes até o ciclo ser completo em  $\bar{t}$  (não seria complicado adicionar choques i.i.d. a estas curvas de demanda). A abordagem permanece a mesma do jogo repetido, com as primitivas permanecendo sempre as mesmas (número de firmas, f. custo, etc.).

Como no jogo de bens homogêneos existe um oligopólio de firmas simétricas que vive para sempre com competição em preços. As punições são máximas – punição com lucro zero para sempre. O equilíbrio que as firmas escolhem é a trajetória de preços que é sustentável por um equilíbrio perfeito de subjogos. A condição de sustentação do equilíbrio em qualquer ponto é que o valor da punição ( $P(t)$ ) deve ser maior do que o valor do desvio ( $D(t)$ ) para todo  $t$  no ciclo, ou

$$P(t) \equiv \sum_{\tau=t+1} \delta^{\tau-t} [(p(\tau) - c)D(p(\tau); \tau)] / n \geq \quad (15)$$

$$(n - 1) [(p(t) - c)D(p(t); t)] \equiv D(t)$$

Observe aqui que  $t$  é indicadora do período do ciclo. A derivação do equilíbrio depende apenas do valor de  $\delta$ :

- Se  $\delta \in [\hat{\delta}, 1]$ , i.e. se  $\delta$  é grande o suficiente, eles mantêm o preço de monopólio para sempre. O quanto isto é pró ou contra-ciclístico depende da forma da sequência de  $\{D(p, t)\}$ .
- Se  $\delta \in [0, (n-1)/n]$ , i.e. se  $\delta$  é baixo o suficiente, eles mantêm o preço  $mc$  para sempre, i.e. não existe conluio. Isto é mais provável quanto maior o valor de  $n$ . Se  $\exists \tilde{\delta} \in [(n-1)/n, \hat{\delta}] \exists t^* \in [\hat{t}, \bar{t}]$  s.a.  $p(t^*) < p^m(t^*)$  e  $p(t) = p^m(t)$  para qualquer  $t \in [1, \dots, \bar{t} - t^*]$  para qualquer  $\delta \in [\tilde{\delta}, \hat{\delta})$ .

No último caso  $\bar{t}$  é o tamanho do ciclo e  $\hat{t}$  é o pico. Então esta condição diz que existe um intervalo de valores de  $\delta$  onde iremos não apenas manter o monopólio após um ponto no ciclo e este ponto é após o pico (ponto mais elevado do ciclo econômico). Ou seja, o ponto a partir do qual não se pode sustentar o conluio é sempre quando a demanda está caindo.

Se o valor de  $\delta$  for reduzido existem mais pontos onde não se pode manter conluio, mas para demanda corrente igual, se perde habilidade de manter conluio quando a demanda começa a cair em relação ao ponto em que a demanda começa a aumentar (ver Figura).

Existem duas forças aqui: (i) a demanda mais elevada aumenta o retorno de desvio do conluio e (ii) a demanda declinante torna a punição do desvio menor. Então quando a demanda é alta e declinante é quando é mais difícil manter preços de monopólio.

Obs. Estes resultados são relativos ao preço de monopólio. Por sua vez o preço de monopólio depende de como as curvas de demanda se deslocam ao longo do ciclo econômico (preços são contra-cíclicos? Preços mais elásticos quando a demanda cresce?).

Quando os preços caem abaixo do valor de monopólio não se significa que os lucros devam cair. Neste caso não existe guerra de preços ou fase de punição. Haltiwanger e Harrington mostram que sob certas condições os lucros são pró-cíclicos. O que termina ocorrendo é que os lucros da indústria lideram fracamente o ciclo: *os lucros começam a cair antes da demanda decrescer.*

## **Preço Dinâmico no Varejo de Gasolina**

Não existe muito trabalho empírico detalhado sobre conclusão no sentido de se estimar as primitivas relevantes de um modelo e trabalhar os diferentes impactos do equilíbrio colusivo. Pakes (2019a, p.19) que isto deve ocorrer porque os modelos são muito estilizados para serem utilizados com os dados ou talvez porque o trabalho empírico esteja um pouco atrasado nesta área. As hipóteses assumidas nestes modelos não se adequam bem aos dados ou alternativamente se busca por implicações de modelos de forma reduzida que sejam consistentes com os dados.

O trabalho de Borenstein e Shepard (1996) sobre o varejo de gasolina é um exemplo de modelo de forma reduzida. Este é um mercado de produto diferenciado (em geral pela localização) com conhecidas mudanças sazonais na demanda e preços dos insumos (o insumo primária é a gasolina no atacado). Existem muitas firmas relacionadas em cada mercado, por isso os autores duvidam que a maximização conjunta de lucros seja sustentada.\*

A estrutura dos dados é por cidade, 60 cidades por cinco anos, significando que não é modelada a competição dentro da cidade. Na Figura 3 eles apresentam o comportamento sazonal (mensal) das quantidades. Na Figura 1 é apresentada a evidência de sazonalidade para os preços relevantes (petróleo, preço no terminal e nos

\*Ao menos sem pagamentos entre as empresas, o que seria ilegal.

postos). O preço médio mensal da gasolina no terminal é o mais próximo que eles tem do preço do atacado, então as margens são aproximadas como a diferença entre o preço médio no terminal e o preço médio no varejo.

Esta aproximação do artigo é bem grossa. Na realidade existem diferentes tipos de contrato entre postos e as distribuidoras. O modelo apropriado de para precificação depende da natureza dos contratos verticais entre os vários atores bem como da relação competitiva entre eles. Para análise de relação vertical veja Villas-Boas (2007) e Asker (2008). As séries de preços são muito mais erráticas do que as séries de volume. Portanto, é mais difícil observar comportamento sazonal nas margens. Este é um mercado com OPEP com várias considerações políticas e colusivas a serem feitas.

A equação básica do artigo é:

$$M_{it} = \alpha_1 Q_{it} + \alpha_2 E(Q)_{it+1} + \alpha_3 TER_{it} + \alpha_4 E(TER)_{it+1} + \alpha_5 \Delta TER_{it} + \epsilon_{it}$$

além de time effects. Aqui  $Q$  é o volume médio no estado dividido pelo volume médio das vendas do varejo no período amostral.  $TER$  é o preço médio de terminal da gasolina.

A hipótese de que na falta de incentivos para colusão o preço do varejo deve ser uma defasagem distribuída dos preços passados do varejo e de terminal em torno de um nível de equilíbrio determinado pelo volume e pelos efeitos de cidade (dummies). Aqui eles fazem os preços de terminal e de varejo diferentes pois eles não possuem um modelo para atacado e varejo e existe a preocupação de que os preços de terminal possam ser estruturalmente diferentes dos preços de atacado.

A teoria de conluio de Haltiwanger e Harrington implicaria em  $\alpha_2 > 0$  enquanto que  $\alpha_3 < 0$  (uma vez que se a demanda está

aumentando as punições são mais prováveis de serem efetivas e pode ser suportado preço mais elevado enquanto que uma vez que os preços de terminal aumentam as punições são menos efetivas e não se pode suportar preços mais elevados).

Eles preveem mudanças nos volumes com uma equação separada para cada cidade usando a seguinte equação:

$$Q_t = f(Q_{t-1}) + f(tempo) + \text{dummies-mês}$$

O *fit* é bem alto, entre .8 e .95. A boa capacidade de previsão é resultado do forte comportamento sazonal. Os autores preveem preços de terminal de forma similar: uma regressão por cidade como função do mês, defasagem do preço, e preços passados do barril de petróleo. O *fit* aqui é pior: entre .3 e .6. O preço de insumo varia de forma muito menos previsível do que as medidas de volume.

Borenstein e Shepard também se preocupam com a medida de volume, uma vez que ele é função do preço e a variável do lado esquerdo é apenas preço menos o preço no terminal. Ou seja, a variável dependente contém preço e qualquer determinante não-observável que ficará contido em  $\epsilon$  ou nos efeitos das quantidades. O modelo para quantidade é

$$\ln(Q) = Z\beta + \eta \ln(p) + \nu$$

então para diferentes estimativas de  $\eta$  eles usam  $[\ln(Q) - \hat{\eta} \ln(p)]$  como um instrumento para  $Q$ .<sup>†</sup>

Evidência na Tabela 2 e 3 de Borenstein e Shepard (1996). Ambas as variáveis com expectativa possuem o sinal correto e são significantes: margem muda com o volume futuro ( $\alpha_2 > 0$ ), 3.22 para

<sup>†</sup>Observer que eles estão assumindo que  $\nu$  é ortogonal a  $\epsilon$ . Isto é, os distúrbios nas equações de preço e quantidade não são correlacionados. Uma vez que se faz uma hipótese dessa,  $\eta$  pode ser identificado sem instrumentos adicionais.

OLS e 3.92 para 2SLS, e a margem cai com o valor esperado positivo do preço de terminal (insumo) ( $\alpha_3 < 0$ ), -0.061 para OLS e -0.63 para 2SLS.

Também é interessante notar a estimativa da estrutura autoregressiva. As estimativas mostram que a estrutura é assimétrica.

A margem média calculada simples como preço do varejo menos do terminal é em torno de 10.6 cents de dólar, relativo a média do preço de terminal de 73 cents por galão. O efeito de um desvio-padrão no volume esperado sobre a margem avaliada na média é de 0.26 cents, aproximadamente, e isso é similar ao número para o impacto da mudança de preços de terminal. Estes números não são muito grandes, mas ainda assim significantes. Este baixo valor pode significar pouco espaço para conluio, possivelmente pela existência de muitas empresas por cidade.

Ainda assim Borenstein e Shepard argumentam a favor de evidência de conluio tácito. As margens respondem como previsto por Haltiwanger e Harrington. Tudo o mais constante, eles encontram margens mais baixas quando a demanda é esperada declinar no período seguinte do que aumentar. As margens são mais elevadas quando o preço do terminal é esperado declinar no mês seguinte do que quando é prevista aumentar.

## **Informação assimétrica em jogos repetidos**

## Informação assimétrica em jogos repetidos

O interesse aqui é em jogos onde o preço ou quantidade de um concorrente não é diretamente observável e flutuações na demanda dificultam inferir o preço das quantidades observadas (ou o contrário, inferir quantidades de preços). A situação é que cada firma conhece suas escolhas mas não a do rival, este é o problema de informação assimétrica. Neste caso não é possível saber com certeza quando um competidor desviou de um acordo colusivo.

*Punição.* Quando as escolhas de preço são perfeitamente observáveis faz sentido a estratégia de punição extrema porque elas não serão observadas na trajetória do acordo colusivo (nesse caso eles seriam sem custos para as firmas). Quando existe incerteza, erros podem ser inevitáveis. Por exemplo, se poderia inferir que o preço jogado pelo rival foi baixo pela observação da demanda, enquanto que na realidade o preço era elevado. No caso deste engano, o cartel entraria em modo de punição. Isto implica que a punição máxima, que contém custo máximo, não é desejada. Punição máxima pode não ser desejada se isso destrói possibilidade de conluio.

Considere uma versão do modelo de jogos repetidos de Green e Porter (1984). Aqui é apresentado uma versão de competição em preços e não em quantidades (segundo Pakes, 2019a, pp. 23-5). Considere um mercado de bens homogêneos com custo marginal constante. Podemos permitir um estado com demanda baixa com probabilidade  $\alpha$  e um estado com demanda elevada, sendo as realizações i.i.d. ao longo do tempo.

Quando a demanda é baixa nenhuma das firmas recebe lucros. Quando a demanda é alta e existe um corte de preços apenas uma firma recebe lucro. Quando a demanda é alta e ambas as firmas

coludem com lucro de monopólio, elas dividem os lucros. Quando não se recebe lucros não se sabe se este resultado foi por:

- demanda baixa, ou porque
- o rival jogou preços baixos enquanto a demanda era elevada.

Neste jogo os mercados se repetem indefinidamente. Considere um dado conjunto de estratégias e pergunte o que precisa ser satisfeito para estas estratégias serem de equilíbrio de Nash. As estratégias são as seguintes:

- Ambas as firmas cobram  $p^m$ , o preço de monopólio ou um preço alto, até uma das firmas receber lucro zero.
- A ocorrência de lucro zero desencadeia um período de punição. Nesta fase as firmas cobram  $mc$  por  $T$  períodos.
- Em  $T + 1$  as firmas reverterem para a fase de conluio.

Estas estratégias são um equilíbrio de Nash?

Na fase de punição elas claramente são. Dado que meu rival irá jogar  $mc$  por  $T$  anos, não faz sentido fazer algo diferente.

Período de conluio. Faça  $(V^+, V^-)$  serem valores nas fases colusiva e de punição, respectivamente, quando esta estratégia é jogada. Assumindo preços que são determinados conhecendo as realizações dos erros de demanda:

$$V^+ = (1 - \alpha)(\pi^m/2 + \delta V^+) + \alpha \delta V^- \quad (16)$$

e desde que

$$V^- = \delta^T V^+$$

temos que

$$V^+ = \frac{\pi^m(1 - \alpha)}{2[1 - (1 - \alpha)\delta - \alpha\delta^{T+1}]} \quad (17)$$

Para essa estratégia ser de equilíbrio é preciso satisfazer a restrição de incentivo que garante que a firma irá querer jogar o conluio, i.e. o requerimento é:

$$(1 - \alpha)\pi^m/2 + \delta[(1 - \alpha)V^+ + \alpha V^-] > (1 - \alpha)\pi^m + \delta V^- \quad (18)$$

que pode ser re-escrita como:

$$\delta(V^+ - V^-) > \pi^m/2 \Rightarrow V^+ > \frac{\pi^m}{\delta(1 - \delta^T)2} \quad (19)$$

Isto é:

- para impedir comportamento de corte de preços é preciso que  $V^+$  seja suficientemente grande do que  $V^-$ . Para isto é preciso ter  $T$  grande.
- Por outro lado, se a restrição de incentivos é satisfeita, quanto mais alto for  $V^-$ , melhor estão as empresas.  $V^-$  será maior quanto menor for  $T$ .

Então para encontrar a “punição ótima” na classe de esquemas de punição por  $T$  períodos, escolha um  $T$  mínimo que satisfaça esta última equação.\*

\*Para calcular isto, mude a equação para igualdade, substitua por  $V^+$  e tome o menor inteiro que seja maior do que  $T$  que garante a igualdade para os dois lados da equação.

Com um pouco de álgebra pode se mostrar que para alguma firma sustentar o conluio em  $T$ ,  $(1 - \delta^T) > (1 - \delta) / \delta(1 - \alpha)$ , então tomando  $T \rightarrow \infty$  é claro que apenas se sustenta conluio se

- $\delta$  é suficientemente elevado (as pessoas são suficientemente pacientes), e
- $\alpha$  é suficientemente baixo (existe uma probabilidade grande o suficiente de bons estados, tal que seja forçado a desistir dos lucros na fase de punição).

Se isso for verdade podemos solucionar para o  $T$  mínimo que satisfaz as condições e este será a punição ótima.

Comentários:

- O modelo original Green-Porter é um pouco mais complexo. Eles assumem um jogo em quantidades com reversão para Nash em  $T$  períodos de punição. Firms conhecem sua própria escolha de quantidade  $q$ , mas não a do competidor. Além disso as empresas não conhecem o choque de demanda. Dadas as escolhas  $q$  e o choque de demanda, as firmas observam o preço  $p$  do mercado. Se  $p < \bar{p}$  então a fase de punição começa. Caso contrário as firmas continuam em conluio. Este é o “gatilho de preço.”
- Observe que em ambos os casos limitamos o conjunto de punições possíveis a:
  - serem simétricos e
  - ser reversão para Nash por  $T$  períodos.

Se ambas restrições são ignoradas a punição muda.

- Abreu, Pearce and Stachetti (1985) mantém simetria mas permitem uma classe mais geral de estratégias simétricas, assumindo apenas uma propriedade razão de verossimilhança monotóna para as realizações  $p_t$ . Isto é,  $p_t$  elevado são mais prováveis de serem observados com quantidade total comprada,  $Q_t$ , baixa. Eles mostram que podemos restringir atenção para uma fase colusiva e de punição, com quantidades únicas em cada, e com a fase de punição começando com um “gatinho de preço” de  $p < \bar{p}$ . Entretanto, a fase de punição não possui duração fixa; esta fase se parece com período de conluio no sentido de que um certo nível de patamar pode tirar a firma dela. I.e. se o preço de mercado permanece abaixo de algum outro  $p$ , digamos  $\underline{p}$ , eles continuam punindo, mas se o preço estiver abaixo de  $\underline{p}$  eles retornam ao conluio. A razão para precisar de algo abaixo de  $\underline{p}$  para manter o conluio é que uma punição dura requer quantidades muito elevadas, maior do que a reversão para Nash e portanto mais baixo do que é estatisticamente privadamente ótimo. Portanto, apenas se realiza conluio de novo se o preço é bem baixo, o que sinaliza que as firmas jogaram a punição correta.
- Se permitirmos comportamento assimétrico então o resultado pode ser mais informativo sobre se alguém e quem desvia (e.g. se um ator faz alguma coisa que outro ator não faz, então pode ter implicações observadas que podem apenas ocorrer como resultado das ações de uma firma). Isto permite um esquema mais duro de punição e maior valores em geral – se uma firma pode descobrir como ser diferente, pode ser no próprio interesse.
- Observe que em todos estes modelos ninguém de fato desvia. Observe que se atinge a fase de punição pois é necessário manter o benefício (lucro) do conluio. Então as punições existem quando a trajetória de conluio deseja ser mantida. Porque as fases de punição são geradas observamos coisas

que se parecem com *guerras de preço*.

- Finalmente tenha em mente que nenhum destes modelos analisados permitem entrada ou investimentos nas capacidades das empresas.

## Conluio e guerra de preços

**The Joint Executive Committee** (Porter, 1983).<sup>\*</sup> JEC foi um cartel de transporte ferroviário (principalmente de grãos) que operou a partir de Chicago para os portos da costa leste (foco em Baltimore, Boston e NY) entre 1880 e 1886. Este cartel funcionou antes do Sherman Act (1890) e da Interstate Commerce Commission (1887) e podia se declarar *publicamente* como cartel.

As alocações de mercado tomam a forma de *market shares* e as firmas determinam os preços conseqüentemente. O transporte fluvial nos Grandes Lagos era um concorrente, mas não afetou o acordo de conluio. Por serem previsíveis, as flutuações na demanda por transporte nos Grandes Lagos, devido ao fechamento no inverno, não afetaram a conduta. Mais do que isso, os preços praticados se adaptavam a concorrência náutica.

O cartel se baseava nos dados de quantidade por semana. A demanda foi altamente variável tal que os *market shares* realizados dependiam de todos os preços e da realização dos choques de demanda. Neste caso, o *enforcement* do cartel foi uma variante do gatilho de preços.

Uma função principal do JEC foi coletar informação e disseminar aos membros do cartel semanalmente. A quantidade total de grãos transportados (TQG) por semana variou bastante durante o período do cartel.<sup>†</sup>

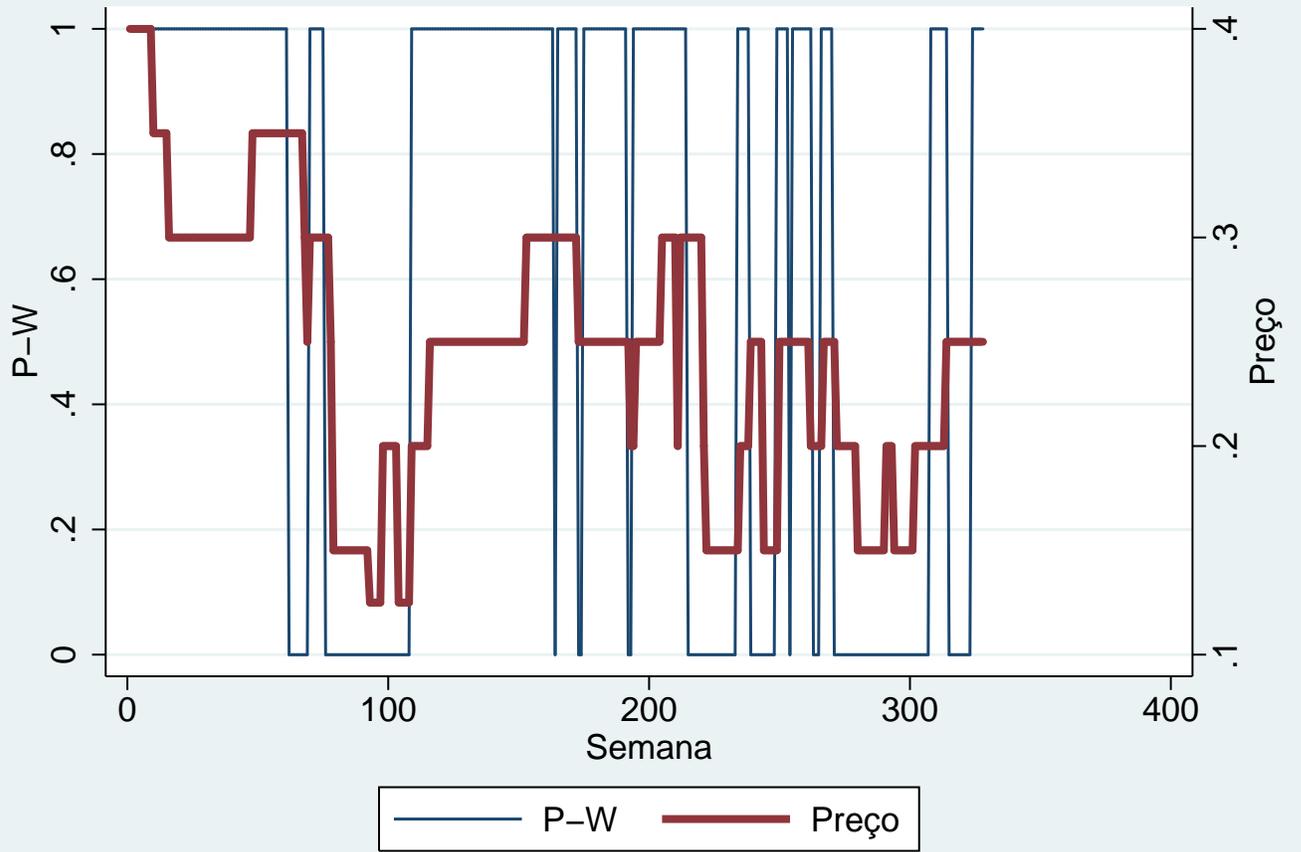
A variável de preços (GR) foi informado pelas empresas ao JEC. Este preço pode ser suspeito pois seria pouco provável as firmas informarem quando elas cortam valores.

<sup>\*</sup>Ver Box 9.2 de Cabral (2017).

<sup>†</sup>Entre parêntesis segue a notação do artigo de Porter.

O cartel publicava os dados na “Railway Review.” Guerra de preços era registrado pela revista. Porter utiliza uma variável *dummy* (PO) para indicar quando ocorria guerra de preços de acordo com a revista e realizou uma estimativa se de fato desta fase (PN). Observe o comportamento de preços durante o período de guerra de preços (P-W) e o de comportamento cooperativo (conluio).

Preço frete por semana



Existiram várias mudanças na estrutura da indústria no período estudado. Incluindo a entrada de duas firmas, a saída de outra do cartel, o fechamento e abertura de serviços concorrentes (Grandes Lagos) e vários efeitos sazonais. Estas características ou acontecimentos faz com as hipóteses por trás do “jogo repetido” sejam suspeitas e a forma com que o artigo lida com elas é de que a mudança na estrutura provoca mudanças exógenas nos preços do cartel (observe que é apenas na fase de punição). A equação que eles estimam é:

$$\ln(p_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Q_t) + \beta_2 S_t + \beta_3 I_t + U_t \quad (20)$$

aqui  $\beta_0 + \beta_1 \ln(Q_t) + \beta_2 S_t$  representa o preço na fase de punição, com  $S_t$  sendo um vetor de características do mercado (entrada, saída, etc).  $I_t$  é uma dummy igual a 1 quando se está no período de conluio e 0 na fase de punição.

Uma questão interessante não abordada é o quanto a existência e sucesso do cartel induz à mudança na estrutura da indústria (quando a indústria tem sucesso deveríamos esperar maior entrada e saída quando não se tem sucesso). Um ponto interessante observado por Porter é que duas entrantes no período foram absorvidas pelo cartel sem muita luta (essa é uma reação que pode incentivar entrada pois seria possível para todos entrantes).

As estimativas estão na Tabela 3 de Porter (1983). As dummies para conluio indicam que o preço era 40% acima do que na fase de punição. A estimação apresentada aqui é por 2SLS e utilizando instrumentos para GR e TQG (Lagos é a dummy para abertura dos Grandes Lagos). Os preços cooperativos são claramente mais elevados do que do período de punição. Entretanto Porter relata que os preços parecem ser menor do que seria sugerido pela maximização conjunta de lucros. Este ponto leva a questão de se os custos de manutenção do conluio são muito elevados ou pelo menos muito elevados quando o ambiente é muito variado no tempo.

- A fase de punição corresponde a guerra de preços ( $P-W = 0$ ) na figura, mas a guerra de preços parece variar bastante em duração e em magnitude;
- Reversões para a guerra de preços acontecem mais regularmente nos últimos períodos após a entrada e portanto quando se tem mais membros no cartel (qual o  $\Delta$ ?).
- O modelo diz que a guerra de preços deve ocorrer quando há uma realização muito baixa da demanda que não era prevista. Porter não encontra evidência nos erros de demanda, mas a questão é que muitas variáveis não estão presentes no sistema de demanda que podem de fato dominar o comportamento do termo de erro. A questão é que estas variáveis não observadas podem ser conhecidas pelas empresas e não pelo economista.

*Estimativas de Demanda e Oferta (2SLS)*

Variáveis	Demanda	Oferta
Preço (GR)	-0.742 (.121)	
Lagos (Dummy)	-0.437 (.120)	
Q (TQG)		0.251 (.171)
PO		0.382 (.059)
C	9.169 (.184)	-3.944 (1.76)

## Quebra do cartel

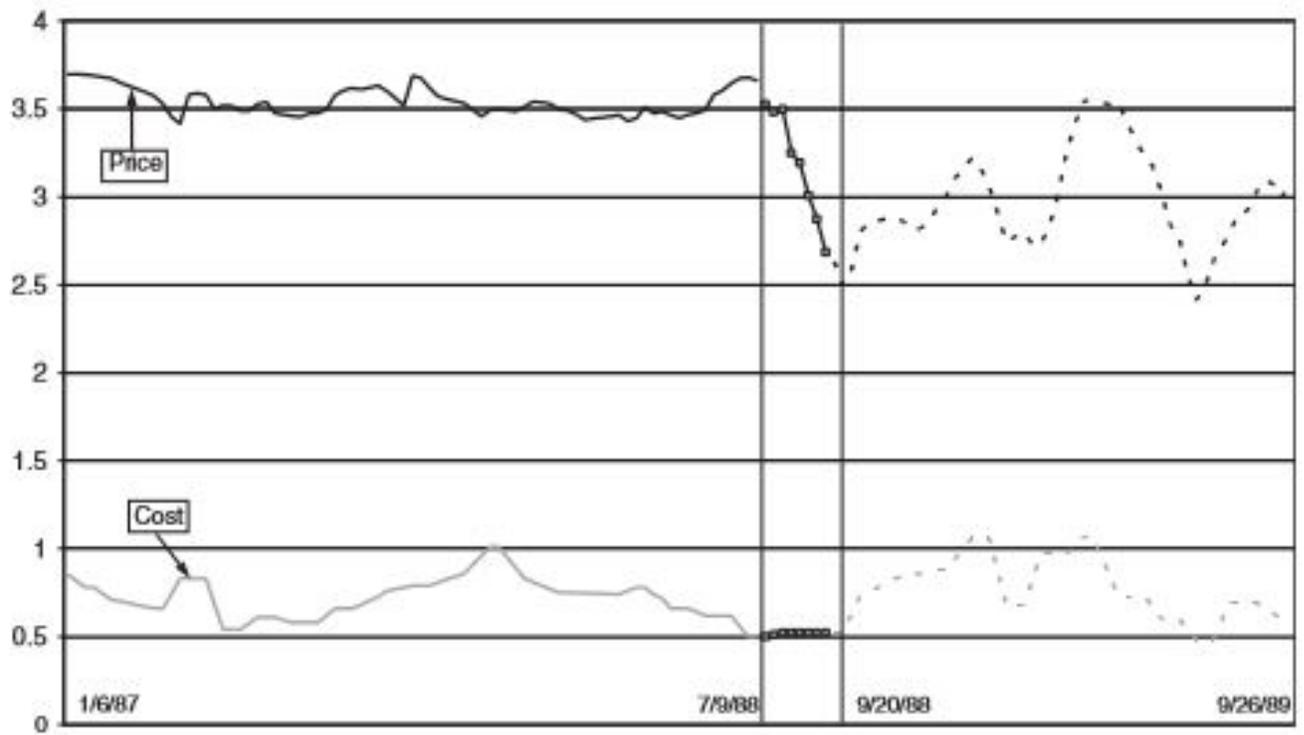
Uso de regularidades como filtros de comportamento de cartel é baseado no caso clássico de conluio na licitação de filé de perca (peixe) congelado para o Philadelphia Defense Personal Support Center entre 1987 e 1989. O caso de conluio na licitação de peixe durou até agosto de 1988. Na Figura é apresentado o preço e o custo do filé de perca congelado, com o período de quebra do cartel marcado entre as linhas verticais. O custo do filé de perca é o preço do produto sem processamento. Esta figura ilustra o colapso do conluio e se observa o colapso do preço em relação ao custo após o fim do ilícito. No período competitivo o preço começa a variar de acordo com o custo e com maior variância (quando existem muitos competidores). Este é o típico comportamento que se espera ao fim de atividades anticompetitivas.

Na Tabela abaixo é apresentado o resumo da Figura contendo o preço médio, o custo médio pré e pós conluio bem como a variância e o coeficiente de variação (variância sobre o preço médio) para estes dois indicadores.

	Concorrência	Conluio	Diferença (%)
Preço Médio	2.97	3.544	-16.20
Variância	0.283	0.078	262.82
Coef. Variação	0.095	0.022	331.82
Custo Médio	0.771	0.722	6.79
Variância	0.173	0.114	51.75
Coef. Variação	0.224	0.158	41.77

Fonte: Abrantes-Metz, Froeb, Geweke e Taylor, op. cit., p. 473.

Como descrito por Abrantes-Metz, Froeb, Geweke e Taylor, o preço caiu 16% com a mudança de regime e a variância aumentou 262%. A média e o desvio padrão do custo também são maiores, mas não grandes o suficiente para explicar a amplitude de variação no preço.



Fonte: Abrantes-Metz, Froeb, Geweke e Taylor, 2006, p. 472.

## Referências

- Abrantes-Metz, Rosa, Luke Froeb, John Geweke e Christopher T. Taylor.** “A Variance Screen for Collusion.” *International Journal of Industrial Organization*, 24 (3), 2006.
- Borenstein, Severin e Andrea Shepard.** “Dynamic Pricing in Retail Gasoline Markets.” *Rand Journal of Economics*, 27 (3), 1996.
- Cabral, Luís M.B.** *Introduction to Industrial Organization*. 2nd ed. Cambridge, MIT Press, 2017.
- Friedman, James.** “A Noncooperative Equilibrium for Supergames.” *Review of Economic Studies*, 28, 1971.
- Green, Edward J. e Robert H. Porter.** “Noncooperative Collusion Under Imperfect Price Information.” *Econometrica*, 52, 1984.
- Haltiwanger, John and James E. Harrington, Jr.** “The Impact of Cyclical Demand Movements on Collusive Behavior.” *Rand Journal of Economics*, 22 (1), 1991.
- Pakes, Ariel.** IO Class Notes: Collusion. Harvard University, 2019a.
- Porter, Robert H.** “A Study of Cartel Stability: The Joint Executive Committee, 1880-1886.” *Bell Journal of Economics*, 14, 1983.
- Tirole, Jean.** *The Theory of Industrial Organization*. Cambridge, MIT Press, 1988.
- Rotemberg, Julio J. e Garth Saloner.** “A Supergame-Theoretic Model of Price Wars during Booms.” *American Economic Review*, 76 (3), 1986.
- Villas-Boas, Sofia.** “Vertical Relationships between Manufacturers and Retailers: Inference with Limited Data.” *Review of Economic Studies* 74(2), 2007.
- Whinston, Michael.** *Lectures on Antitrust*. Cambridge, MIT Press, 2006.